



XXXI Санкт-Петербургская  
астрономическая олимпиада  
отборочный тур, решения

2024  
до 16  
января

9 класс

1. Вокруг звезды по круговым орбитам движутся две планеты. Скорость движения более близкой к звезде планеты вдвое больше скорости более далекой планеты. Во сколько раз орбитальный период более далекой планеты больше орбитального периода более близкой планеты?

**Решение:**

На круговой орбите скорость обратно пропорциональна квадратному корню из радиуса орбиты:

$$V(r) = \sqrt{\frac{GM}{r}},$$

где  $M$  — масса звезды. Если скорости отличаются вдвое, то радиусы орбит отличаются в 4 раза:

$$2 = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\sqrt{\frac{GM}{r_1}}}{\sqrt{\frac{GM}{r_2}}} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}} \Rightarrow r_2 = 4r_1.$$

Запишем третий закон Кеплера для планетной системы:

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{r_1^3} \Rightarrow T_2 = T_1 \cdot 4^{1.5} = 8T_1.$$

Итоговый ответ: в 8 раз.

*А.В.Веселова*

2. Вокруг звезды — аналога Солнца по круговой орбите движется «горячий юпитер». Выберите верные утверждения.
- (a) Радиус орбиты «горячего юпитера» меньше 2 а.е.
  - (b) Масса «горячего юпитера» больше 0.5 массы Земли.
  - (c) Температура «горячего юпитера» больше 8000 К.
  - (d) Средняя плотность «горячего юпитера» может превышать 20 граммов на кубический сантиметр.
  - (e) Радиус «горячего юпитера» может быть равен 80000 км.
  - (f) Освещенность на поверхности «горячего юпитера» превышает освещенность на поверхности Земли.

**Решение:**

Правильные ответы: a,b,e,f.

«Горячий юпитер» имеет температуру заметно выше привычной для Земли, что обеспечивается заметно большим потоком энергии от звезды. Тогда освещенность должна

быть больше, чем создаваемая Солнцем на Земле, что также соответствует более близкому расстоянию от планеты до звезды, поэтому утверждения (a) и (f) верны.

«Горячий юпитер», как следует из названия, должен по размерам и массе напоминать газовый гигант, поэтому масса планеты должна превышать массу Земли. Утверждение (b) верно.

Температура планеты не может превышать температуру подсвечивающей ее звезды. Температура звезды типа Солнца составляет  $6 \cdot 10^3$  К, что меньше заявленной в третьем пункте температуры планеты. Утверждение (c) неверно.

В условии указана плотность, заведомо превышающая плотность железа. С учетом больших радиусов и газовых атмосфер, средняя плотность «горячего юпитера» должна быть заметно меньшей, чем плотность Земли, а она существенно меньше плотности железа. Утверждение (d) неверно.

Указанный радиус немногим превышает радиус Юпитера, что вполне допустимо для планет класса «горячих юпитеров». Утверждение (e) верно.

*А.В.Веселова*

3. В июне произошло покрытие полной Луной некоторого астероида. Расстояние между Луной и астероидом в этот момент составило 90 миллионов км. Считая орбиту астероида круговой, определите период его обращения вокруг Солнца в годах.

**Решение:**

Когда астероид находился на земном небе рядом с полной Луной, он находился вблизи противостояния (с Солнцем). В таком случае расстояние между Луной и астероидом, на масштабах задачи примерно равно расстоянию между Землей и астероидом, равно разности радиусов орбит астероида и Земли. Тогда радиус орбиты астероида равен  $a = 90 + 150 = 240$  млн. км или 1.6 а.е.

Воспользовавшись III законом Кеплера в системе единиц «год–а.е.–масса Солнца» запишем  $T^2 = a^3$ , откуда  $T = \sqrt{1.6^3} \approx 2$  года.

*А.В.Веселова*

4. Выберите верные утверждения об объектах Солнечной системы.

- (a) Марс может приближаться к Земле на расстояние меньше 0.5 а.е.
- (b) Расстояние между Юпитером и Сатурном бывает меньшим, чем между Землей и Венерой.
- (c) Расстояние между Ураном и Сатурном не бывает меньше 6 а.е.
- (d) Свет преодолевает расстояние от Юпитера до Сатурна не менее чем за 10 минут.
- (e) С Венеры можно различить Нептун невооруженным глазом.
- (f) С Юпитера можно различить Плутон невооруженным глазом.

**Решение:**

Правильные ответы: a,c,d.

Минимальное расстояние между Марсом и Землей достигается, когда Земля находится в афелии орбиты, а Марс — в перигелии, причем в конфигурации противостояния:

$$a_{\text{♂}}(1 - e_{\text{♂}}) - a_{\text{♁}}(1 + e_{\text{♁}}) = 1.52(1 - 0.093) - 1(1 + 0.017) = 0.36 \text{ а.е.}$$

Поэтому утверждение (a) верно.

Аналогично, минимальное расстояние между Юпитером и Сатурном не может быть меньше чем примерно

$$a_{\text{J}}(1 - e_{\text{J}}) - a_{\text{S}}(1 + e_{\text{S}}) = 9.54(1 - 0.054) - 5.2(1 + 0.048) = 3.6 \text{ а.е.}$$

Расстояние от Земли до Венеры не превышает суммы радиусов их орбит, которая заведомо меньше 2 а.е. Даже при учете небольших эксцентриситетов сумма расстояний будет не больше

$$a_{\text{V}}(1 + e_{\text{V}}) + a_{\text{Z}}(1 + e_{\text{Z}}) = 0.72(1 + 0.007) + 1(1 + 0.017) = 1.74 \text{ а.е.}$$

Утверждение (b) неверно.

Минимальное расстояние между Ураном и Сатурном составляет

$$a_{\text{U}}(1 - e_{\text{U}}) - a_{\text{S}}(1 + e_{\text{S}}) = 19.2(1 - 0.047) - 9.54(1 + 0.054) = 8.2 \text{ а.е.},$$

что заметно больше 6 а.е. Утверждение (c) верно. Заметим, что отличие орбит от окружностей можно было и не учитывать.

Как определено выше, минимальное расстояние между Юпитером и Сатурном составляет не менее 3.6 а.е. Свет проходит 1 а.е. чуть больше чем за 8 минут, поэтому на преодоление расстояние от Юпитера до Сатурна потребуется заметно больше 10 минут. Утверждение (d) верно.

Нептун не виден невооруженным глазом с Земли. Венера находится ближе к Солнцу, чем Земля, то есть дальше от Нептуна (а условия освещения Нептуна Солнцем при этом не меняются), поэтому с Венеры Нептун также не виден невооруженным глазом. Утверждение (e) неверно.

Плутон не виден невооруженным глазом с Земли. Более того, его видимая звездная величина превышает  $+13^m$ , то есть Плутон не менее чем на  $7^m$  слабее наиболее тусклых доступных невооруженному глазу звезд. Такая разность означает, что поток излучения от Плутона не менее чем в 100 раз слабее, чем от наиболее слабой видимой звезды (на самом деле даже в  $(\sqrt[5]{100})^7 \approx 630$  раз). Смещение наблюдателя с Земли на Юпитер приблизит наблюдателя на 4 а.е. к Плутону, то есть не более чем на 10% от расстояния между Землей и Плутоном. Такое смещение не компенсирует указанное выше отношение потоков, поэтому пронаблюдать Плутон с Юпитера также не удастся. Утверждение (f) неверно.

*А.В.Веселова*

5. Вам предлагается несколько утверждений. Для каждого из них выберите, согласны Вы с ним («да») или нет («нет»), можно также выбрать вариант «не знаю».

- (a) Приливы, создаваемые на Земле Солнцем, больше, чем создаваемые Луной.
- (b) Вечерние навигационные сумерки заканчиваются позже, чем вечерние же гражданские сумерки.
- (c) Апокссы Солнца относительно близких звезд и относительно центра Галактики различаются.
- (d) Существует хотя бы одна планета, расстояние до которой можно измерить методом радиолокации.
- (e) Существует хотя бы одна звезда, расстояние до которой можно измерить методом радиолокации.
- (f) Солнечные часы показывают среднее солнечное время.
- (g) В одном часе на небесной сфере содержится 15 градусов.

- (h) При наблюдении в оптический телескоп с диаметром зеркала 6 метров можно получить большее увеличение, чем при наблюдении в телескоп с диаметром зеркала 2 метра.

**Решение:**

- (a) Нет. Поскольку создаваемые телом массы  $M$ , находящимся на расстоянии  $r$  приливные ускорения прямо пропорциональны массе и обратно пропорциональны кубу расстояния (т.е.  $a \propto M/r^3$ ), основной источник приливов на Земле — Луна. Отношение ускорений можно вычислить:

$$\frac{a_{\zeta}}{a_{\odot}} = \frac{M_{\zeta}}{M_{\odot}} \cdot \left( \frac{r_{\odot}}{r_{\zeta}} \right)^3 = \frac{1}{81} \cdot \frac{1}{3 \cdot 10^5} \cdot (4 \cdot 10^2)^3 \approx 2.5.$$

- (b) Да. Гражданские сумерки заканчиваются, когда высота Солнца достигает  $h_1 = -6^\circ$ , навигационные —  $h_2 = -12^\circ$ .
- (c) Да. Звезды Галактики (и Солнце в том числе) в целом вращаются вокруг центра Галактики, однако близкие звезды также движутся друг относительно друга с некоторыми случайными скоростями (в среднем — для окрестностей Солнца — на порядок меньшими, чем скорость движения относительно центра Галактики). В итоге относительно близких звезд Солнце движется в направлении созвездия Геркулеса (где, соответственно, и расположен его апекс относительно близких звезд), а относительно центра Галактики — в направлении созвездия Лебеда.
- (d) Да. Первая радиолокация всех планет земной группы (кроме Земли, естественно) была проведена еще в начале 1960-х годов.
- (e) Да. Собственно, ровно одна такая звезда и существует — Солнце.
- (f) Нет. Солнечные часы показывают истинное солнечное время, поскольку тень в них отбрасывает настоящее Солнце, а не несуществующее в реальности среднее экваториальное Солнце. Именно поэтому на солнечных часах нередко рисуют график уравнения времени — чтобы «пользователи» могли пересчитать показываемое истинное солнечное время в среднее.
- (g) Да. Один час в данном случае — единица измерения углов, причем в полной окружности содержится либо 24 часа, либо 360 градусов ( $24^h = 360^\circ$ ). Отсюда несложно вычислить, что  $1^h = 15^\circ$ .
- (h) Нет. Увеличение — это характеристика оптической системы, состоящей из объектива и окуляра (и равна она отношению их фокусных расстояний). Соответственно, информация только о диаметрах объективов не позволяет сделать никаких выводов об увеличении и ответ на вопрос остается неопределенным. Однако можно сделать следующий шаг и подумать о том, что оптические телескопы с такими диаметрами объективов окулярами попросту не оснащаются — они появлялись тогда, когда визуальные наблюдения в астрономии уже прекратились. Соответственно, большее увеличение не получить (равно как и меньшее и какое-либо еще) — просто потому, что для таких инструментов это понятие лишено смысла.

*П.А.Тараканов*