



Районный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
Санкт-Петербург

2022
12
ноября

9 класс

1. По некоторым оценкам, квазар J1144–4308 поглощает вещество с очень высоким темпом: приблизительно одну массу Земли в секунду! Сколько звезд, подобных Солнцу, по массе поглощает квазар за год? Масса Земли равна $6 \cdot 10^{24}$ кг, масса Солнца равна $2 \cdot 10^{30}$ кг.

Решение:

Оценим количество секунд в году: в среднем в году 365.2422 суток, в каждой сутках $24 \cdot 60 \cdot 60 = 86400$ секунд. Тогда число секунд в году составит

$$365.2422 \cdot 86400 \approx 3.2 \cdot 10^7 \text{ с.}$$

Следовательно, за год будет поглощена масса

$$M = 6 \cdot 10^{24} \text{ кг/с} \cdot 3.2 \cdot 10^7 \text{ с} \approx 2 \cdot 10^{32} \text{ кг.}$$

Чтобы перевести это число в массы Солнца, мы должны разделить его на $2 \cdot 10^{30}$ кг:

$$N = \frac{2 \cdot 10^{32} \text{ кг}}{2 \cdot 10^{30} \text{ кг}} = 10^2.$$

2. Космонавт высадился на крупный астероид радиусом 400 км и средней плотностью 2 г/см^3 . На какую высоту сможет подпрыгнуть космонавт, если в момент отрыва от поверхности астероида его скорость составляла 0.7 м/с ?

Решение:

Определим ускорение свободного падения на поверхности астероида:

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{G \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{R^2} = \frac{4}{3}\pi G \rho R = \frac{4}{3}\pi \cdot 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot 2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 4 \cdot 10^5 \text{ м} = 0.22 \text{ Н/кг.}$$

В точке наибольшей высоты подъема кинетическая энергия космонавта становится равной нулю. В начальный момент времени полная механическая энергия равна кинетической энергии, в точке наибольшего подъема полная энергия равна потенциальной энергии; согласно закону сохранения энергии,

$$\frac{mv^2}{2} = mgh.$$

Отсюда $h = \frac{v^2}{2g} = \frac{0.7^2}{2 \cdot 0.22} \approx 1 \text{ м}$. Отметим, что максимальная высота прыжка намного меньше радиуса астероида, что позволяет считать ускорение свободного падения постоянным.

3. Главное зеркало телескопа ELT состоит из 798 шестиугольных сегментов с диагональю 1.45 метра, толщиной 5 см и массой 250 кг каждый (с учетом креплений и подвесов). Каждое зеркало-сегмент отлито из стеклокерамики с плотностью 2.53 г/см^3 . Оцените массу креплений сегмента.

Решение:

Оценим массу стеклокерамической части зеркала, а затем вычтем ее из полной массы сегмента. Пренебрегая кривизной сегмента, оценим его объем как произведение площади на толщину.

Площадь шестиугольника определим как площадь шести треугольников с общей вершиной в центре шестиугольника. В таком случае сторона каждого полученного правильного треугольника равна стороне шестиугольника и по длине составит $1.45/2 \text{ м}$. Площадь правильного треугольника со стороной l может быть найдена как половина произведения сторон на синус угла между ними:

$$S = \frac{1}{2}l^2 \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}l^2.$$

Таких треугольников у нас 6, поэтому общая площадь составит $\frac{3\sqrt{3}}{2}l^2 = 1.37 \text{ м}^2$.

Объем сегмента равен

$$V = SH = 1.37 \cdot 0.05 = 0.07 \text{ м}^3,$$

масса равна $M = V\rho = 0.07 \cdot 2530 = 173 \text{ кг}$. Следовательно, на крепления приходится около 80 кг.

4. 8 ноября произошло лунное затмение, а Меркурий был в верхнем соединении с Солнцем. Известно, что в ноябре произойдет покрытие Меркурия Луной. Какого числа и в каком созвездии это случится, если движением Меркурия вокруг Солнца пренебречь? В какой примерно фазе при этом будет Луна? Определите, раньше или позже вычисленной даты произойдет покрытие в реальности (при учёте движения Меркурия вокруг Солнца).

Решение:

То, что 8 ноября было лунное затмение, означает, что Луна была в противоположной Солнцу точке земного неба и, следовательно, была в полнолунии. А Меркурий, когда находится в верхнем соединении, относительно Земли располагается на небе за Солнцем. Вспомнив, в какие даты года в каких созвездиях находится Солнце, можно определить, что Меркурий 8 ноября вместе с Солнцем был в созвездии Весов, а Луна — в противоположном ему, то есть в Овне.

По условию задачи движением Меркурия в течение месяца можно пренебречь. Следовательно, нужно узнать, какого числа Луна придет в ту точку, где Меркурий находился 8 ноября. Для этого Луне понадобится пройти среди звезд ровно половину полного оборота, что займет у нее половину сидерического месяца: $27.3/2 = 13.65 \approx 14$ дней. Следовательно, покрытия Луной Меркурия стоит ожидать $8 + 14 = 22$ ноября. Очевидно, что произойдет оно в созвездии Весов, так как предполагается, что Меркурий не движется. Фаза Луны будет очень сильно близка к новолунию, поскольку от полнолуния до новолуния проходит половина синодического месяца, около 15 дней. Так что Луна будет очень узким «старым» серпом.

В реальности Меркурий в окрестности верхнего соединения движется среди звезд в ту же сторону, что и Солнце. В ту же сторону движется и Луна. За полмесяца Меркурий уйдет немного вперед по движению Луны, так что Луне надо будет его немного догнать. Таким образом, в реальности покрытие произойдет позже (примерно на 2–3 суток).

5. Радиус орбиты спутника Марса Фобоса составляет 2.8 радиуса Марса, Фобос совершает оборот вокруг Марса за 7 часов 40 минут. Определите среднюю плотность Марса.

Решение:

Запишем III закон Кеплера

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM},$$

где P — период обращения Фобоса, a — радиус его орбиты, M — масса Марса. Домножим обе части равенства на R^3 (R — радиус Марса) и выразим массу Марса через его радиус и среднюю плотность ρ :

$$P^2 \frac{R^3}{a^3} = \frac{4\pi^2 R^3}{G \frac{4}{3}\pi R^3 \rho} = \frac{3\pi}{G\rho}.$$

Отсюда

$$\rho = \frac{3\pi}{GP^2} \cdot \left(\frac{a}{R}\right)^3.$$

Осталось подставить числа, для чего надо перевести орбитальный период Фобоса в секунды. $P = 7^h 40^m \approx 28 \cdot 10^3$ секунд, поэтому

$$\rho = \frac{3 \cdot 3.14}{6.7 \cdot 10^{-11} \cdot 28^2 \cdot 10^6} \cdot 2.8^3 = 4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$