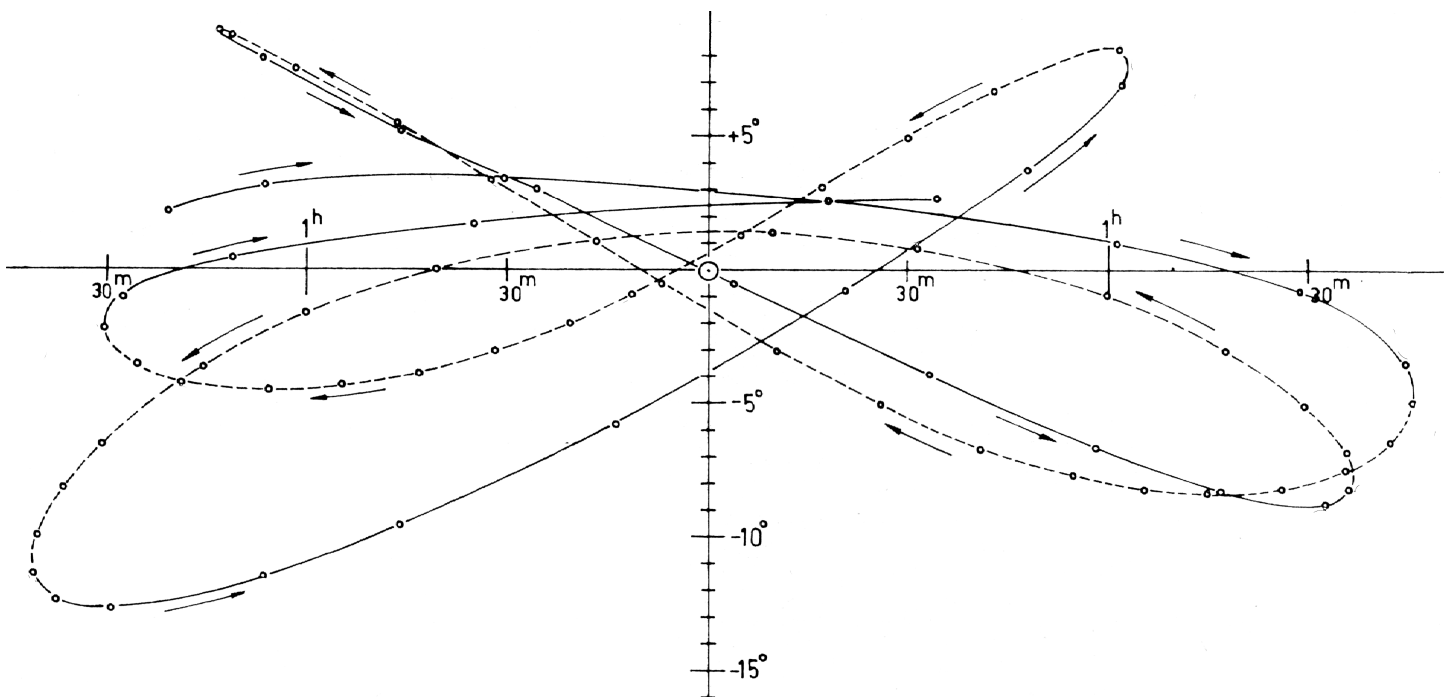


9 класс

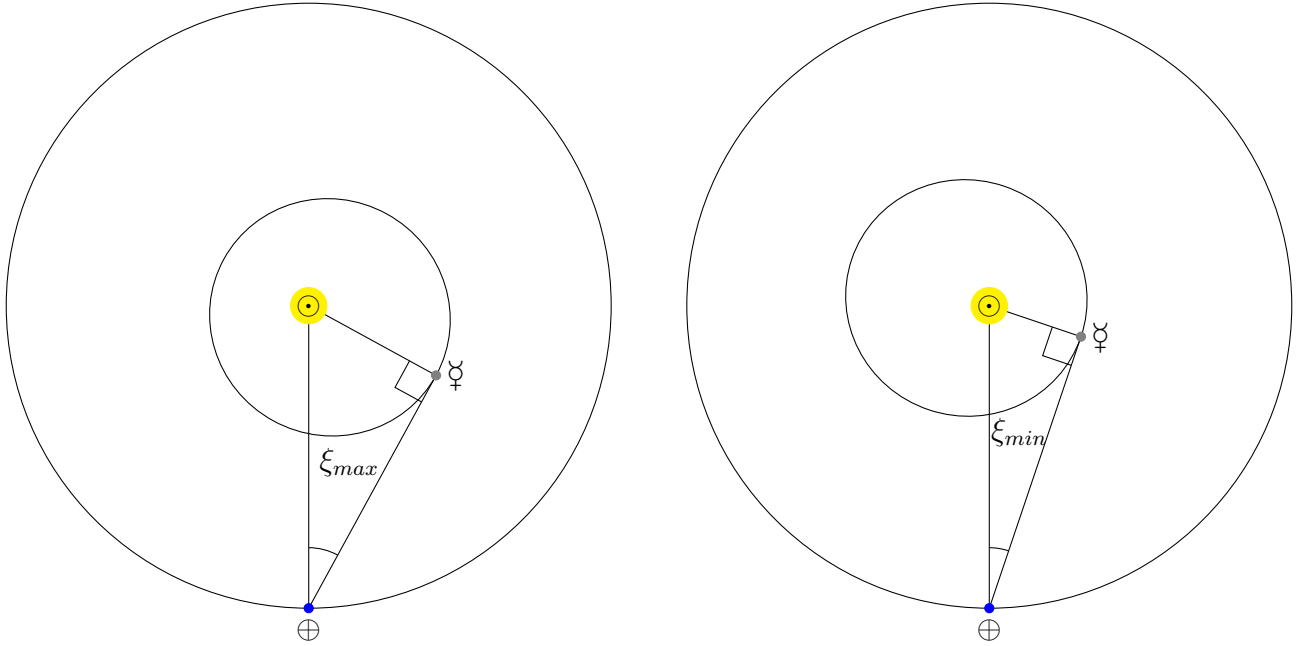
На рисунке изображены положения некоторой планеты относительно Солнца на земном небе через равные промежутки времени. Начальная точка траектории соответствует 1 января некоторого года. По оси абсцисс отложена разность между прямыми восхождениями планеты и Солнца, а по оси ординат — разность между их склонениями. Определите, что это за планета. Найдите даты, когда планета удаляется на максимальное угловое расстояние от Солнца. Найдите дату прохождения планеты по диску Солнца. Оцените погрешности определения дат.



Решение:

Так как планета проходит по диску Солнца, то эта планета — внутренняя, т.е. либо Венера, либо Меркурий. Чтобы узнать, положения какой из планет изображены на рисунке, необходимо определить расстояние от нее до Солнца, для чего нужно измерить максимальную элонгацию (угловое удаление от Солнца) планеты. Положение планеты в наибольшей элонгации, достигаемой в рассматриваемый промежуток времени, изображено в нижнем левом углу рисунка. Измерениями, зная, что 1^h соответствует 15° , легко показать, что масштабы графика по склонению и по прямому восхождению одинаковы: примерно 10° в 35 мм. Следовательно, достаточно просто измерить длину отрезка от начала координат (Солнца) до положения максимальной элонгации. Она оказывается равна 28° , что практически равно максимально возможной элонгации Меркурия. У Венеры максимальная элонгация существенно больше — около 47° .

На самом деле, при определении планеты можно было обойтись без измерений. Из рисунка видно, что максимальные элонгации планеты сильно различаются по величине. Положение планеты в самой маленькой максимальной элонгации за период изображено в правом верхнем углу. В этом случае планета отстоит от Солнца примерно на 16° , что близко у минимально возможной максимальной элонгации Меркурия. Дело в том, что у Меркурия, в отличие от Земли и Венеры, очень эксцентричная орбита и величина максимальной элонгации зависит от того, в какой точке орбиты находится Меркурий в момент своего максимального отдаления от Солнца для земного наблюдателя. Если он находится в перигелии, то мы будем наблюдать минимально возможную максимальную элонгацию ξ_{min} , если в афелии — максимально возможную ξ_{max} (см. рис.).



Зная параметры орбиты Меркурия: $a_{\text{М}} = 0.4$ а.е., $e_{\text{М}} = 0.2$ и считая орбиту Земли круговой, легко оценить величины максимальных элонгаций:

$$\xi_{max} \approx \sin \xi_{max} = \frac{a(1+e)}{1} \approx 28^\circ;$$

$$\xi_{min} \approx \sin \xi_{min} = \frac{a(1-e)}{1} \approx 16^\circ,$$

что совпадает с измеренными по рисунку значениями. Орбита Венеры — круговая, поэтому разные ее максимальные элонгации отличаются друг от друга очень мало (максимум примерно на 3°).

Из всего вышесказанного следует, что на рисунке изображены положения Меркурия.

Для определения дат необходимо узнать период наблюдения. Синодический период Меркурия (период повторения одноименных конфигураций Меркурия, Земли и Солнца) равен:

$$S_{\text{М}} = \frac{T_{\oplus} \cdot T_{\text{М}}}{T_{\oplus} - T_{\text{М}}} = \frac{T_{\text{М}}}{1 - T_{\text{М}}} = \left(\frac{1 - T_{\text{М}}}{T_{\text{М}}} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{T_{\text{М}}} - 1 \right)^{-1} = \left(\left[\frac{1}{a_{\text{М}}} \right]^{3/2} - 1 \right)^{-1},$$

где $T_{\oplus} = 1$ год и $T_{\text{М}}$ — сидерические периоды Земли и Меркурия, соответственно, а $a_{\text{М}} = 0.4$ а.е. — большая полуось орбиты Меркурия, которую можно либо помнить, либо оценить из величины измеренной на рисунке максимальной элонгации как $a_{\text{М}} = \sin \xi$, где ξ , например, среднее арифметическое из ξ_{max} и ξ_{min} . Итого:

$$S_{\text{М}} = \left(\left[\frac{1}{0.4} \right]^{3/2} - 1 \right)^{-1} = \left(\left[\frac{10}{4} \right]^{3/2} - 1 \right)^{-1} \approx \frac{1}{3} \text{ года.}$$

Из условия известно, что отметки на траектории располагаются через равные промежутки времени Δt . Один синодический оборот Меркурия (например от одной максимальной восточной элонгации до другой максимальной восточной элонгации) по времени занимает в среднем $23 \cdot \Delta t$ (от 22 до 24 для разных оборотов), т.е.

$$\Delta t = \frac{365}{3 \cdot 23} \approx 5.3 \text{ суток.}$$

Подсчеты количества промежутков, прошедших до моментов максимальных элонгаций, дают даты этих событий:

1. первая в году максимальная элонгация (верхняя в IV квадранте), западная, если наблюдения проходят в северном полушарии, произойдет около 6 февраля;
2. вторая (во II квадранте) — восточная — около 1 мая;
3. следующая (нижняя в IV квадранте) — опять западная — около 16 июня;
4. следующая (нижняя в III квадранте) — максимальной — около 28 августа;
5. следующая (в I квадранте) — около 20 октября;
6. и последняя в этом году (верхняя в III квадранте) — около 1 декабря.

Между второй и третьей максимальными элонгациями, примерно 16 мая, произойдет прохождение Меркурия по диску Солнца. Известно, что прохождения Меркурия по диску Солнца могут быть либо в мае, либо в ноябре, следовательно, месяц определен правильно.

Погрешность определения дат зависит от погрешностей вычисления синодического периода Меркурия, определения количества «элементарных промежутков» в течение синодического периода, а также определения точного положения нужных моментов. В целом, погрешность, примерно равна $(1 \div 2) \cdot \Delta t$, т.е. $(5 \div 10)$ суток.