



5–6 классы

1. 7 февраля юный астроном планирует наблюдать Венеру рядом с Луной. Также известно, что 17 октября произойдет суперлуние. Какое созвездие нужно наблюдать сегодня юному астроному, чтобы увидеть Венеру?

Решение:

Между 7 февраля и 17 октября пройдет $22 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 + 30 + 17 = 253$ дня. Продолжительность синодического месяца — 29.5 суток, поэтому между этими датами пройдет $\frac{253}{29.5} \approx 8.6$ месяца, а это означает, что соединение Венеры и Луны произойдет примерно за 0.1 синодического месяца (то есть 3 дня) до новолуния.

7 февраля Солнце находится в Козероге. Луна движется по небу со скоростью 13° /сутки, поэтому за 3 суток до новолуния Луна (и Венера) будут находиться на 40° западнее Солнца. Это соседнее «назад» зодиакальное созвездие, то есть Стрелец, в котором юный астроном и сможет наблюдать Венеру.

Комментарии к оцениванию:

Вывод о том, что суперлуние означает полнолуние — 1 балл. Подсчет числа дней между двумя датами — 2 балла. Вычисление количества синодических месяцев между этими датами — 1 балл. Интервал времени до новолуния — 1 балл. Созвездие, в котором находится Солнце — 1 балл. Расстояние от Луны до Солнца 7 февраля — 1 балл. Итоговый ответ — 1 балл.

С.А.Русаков

2. Марсоход «Оппортьюнити» начал работу на Марсе 25 января 2004 года. Последний сеанс связи состоялся 10 июня 2018 года. За время своей работы марсоход проехал 45 километров. Считая, что марсоход всё это время двигался с постоянной скоростью, оцените, сколько времени потребуется марсоходу, чтобы проехать от северного полюса Марса до южного, если известно, что радиус Марса в два раза меньше радиуса Земли.

Решение:

Между 25 января 2004 года и 10 июня 2018 года прошло примерно $t_0 \approx 14.5$ лет и мы знаем, что за это время «Оппортьюнити» преодолел $r_0 = 45$ км.

Определим расстояние r между полюсами Марса. Известно, что когда-то 1 метр определялся как $1/20000000$ дуги Парижского меридиана (можно также вспомнить, что длина земного экватора составляет 40 тысяч км. Поскольку радиус Марса в два раза меньше радиуса Земли, то и длины меридиана (и экватора) у него также в 2 раза меньше, а это означает, что дуга от полюса до полюса на Марсе имеет длину 10 тысяч км.

Тогда время, которое потребуется марсоходу, можно вычислить как

$$t = t_0 \cdot \frac{r}{r_0} = \frac{14.5 \cdot 10000}{45} \approx 3 \text{ тысячи лет.}$$

Комментарии к оцениванию:

Вычисление времени работы «Оппортьюнити» — 2 балла. Обоснование способа вычисления расстояния между полюсами — 2 балла. Значение расстояния между полюсами — 1 балла. Вычисления времени — 2 балла. Итоговый ответ — 1 балл.

С.А.Русаков

3. В течение всего 2024 года произойдет 13 покрытий Антареса (α Скорпиона) Луной, причём в декабре состоится 2 таких покрытия. Оцените, какого числа произошло покрытие в январе и поясните свой ответ.

Решение:

Два покрытия могут уложиться в декабрь, если одно из них произошло в самом начале, а другое — в самом конце месяца, поскольку покрытия происходят минимум через 27.3 суток — период оборота Луны вокруг Земли. Последнее покрытие может произойти самое позднее 31 декабря и самое раннее 28 декабря.

В 2024 Луна сделает $366/27.3 = 13.4$ оборотов вокруг Земли. Между покрытиями проходит целое число оборотов, так что между последним декабрьским и первым в 2004 году покрытиями пройдет 13 оборотов или $13 \cdot 27.3 \approx 355$ суток, на 11 суток меньше, чем в 2024 году. Таким образом, покрытие должно было произойти в интервале с 8 по 11 января (и на самом деле произошло 8 января).

Комментарии к оцениванию:

Продолжительность сидерического месяца — 1 балл. Правильный вывод о дате последнего покрытия — 2 балла. Вычисления — 4 балла. Итоговый ответ — 1 балл.

М.В.Костина

4. Марокканский султан Абу Марван Абд аль-Малик откладывал битву при Эль-Ксар-эль-Кебуре, поскольку пятница — святой день для его армии, воскресенье — для христиан, его противников, а суббота — для евреев, которые были и в той, и в другой армии. Определите дату битвы, если известно, что она состоялась в первый «доступный» день августа 1578 года? Не забудьте обосновать свой вывод.

Решение:

Из условия задачи очевидно, что битва могла состояться в один из четырех дней, с 1 по 4 августа. Также несложно догадаться, что раз эта история не забыта до сих пор, то султан действительно откладывал начало битвы, причем явно более чем на один день. Поэтому угадать ответ несложно — в реальности эта битва (также известная как «Битва трех королей») произошла в понедельник 4 августа. Осталось доказать, что это так.

Начнем с того, что в 1578 году еще не начал действовать григорианский календарь (его стали использовать в 1582 году), поэтому дата указана по юлианскому календарю (или «старому стилю»). Выясним, каким днем недели в нем же было 4 августа 2023 года. Для этого посчитаем количество дней, прошедших между 4 августа и 4 февраля, что можно сделать, просто сложив количества дней в месяцах с августа по январь включительно: $31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 31 = 184$. При делении 184 на 7 в остатке получается 2, поэтому 4 августа 2023 года по современному григорианскому календарю было пятницей (так как тур проходит в воскресенье). Сейчас григорианский календарь опережает юлианский на 13 суток, поэтому по юлианскому календарю 4 августа 2023 года должно было быть четвергом.

Теперь займемся подсчетами лет. Между 1578 и 2023 годами прошло $2023 - 1578 = 445$ лет. Поскольку в юлианском календаре каждый четвертый год — високосный, а в обычные годы дни недели, соответствующие некоторой дате, смещаются на один день недели вперед (365 делится на 7 с остатком 1), то дни недели, соответствующие некоторой дате,

в юлианском календаре заведомо повторяются с периодом $4 \times 7 = 28$ лет. Разделив 445 на 28, получаем в остатке 25. Поэтому юлианский календарь 1578 года — копия юлианского же календаря $2023 - 25 = 1998$ года или, что для нас намного удобнее, $2023 + 28 - 25 = 2026$ года.

Далее используем только юлианский календарь. В нем 4 августа 2023 года было, как мы уже знаем, четвергом, поэтому в 2024 году (високосном!) эта дата станет субботой — произойдет стандартный сдвиг на один день недели и еще один день добавится из-за 29 февраля. В 2025 году она окажется воскресеньем, а в 2026 году (как и в 1578 году) — понедельником, что и требовалось доказать.

Комментарии к оцениванию:

Только правильный ответ — 1 балл. Правильный ответ с «историческим» обоснованием — 2 балла. Правильные вычисления дня недели только по григорианскому или только по юлианскому календарю — 4 балла (при этом баллы за правильный ответ не выставляются, поскольку при решении задачи таким образом его невозможно получить, не допустив ошибки в предшествующих вычислениях). Утверждение, что в 1578 году действовал юлианский календарь — 2 балла. Корректный переход между календарями — 2 балла.

П.А.Тараканов

5. В некоторой звездной ассоциации, состоящей из 110 звезд, были обнаружены звезды различных масс. Известно, что если выражать массы звезд в массах Солнца (M_{\odot}), то:

- Число звезд с массами от $0.08M_{\odot}$ до $2M_{\odot}$ больше, чем звезд с массами от $2M_{\odot}$ до $10M_{\odot}$ на столько, сколько всего есть звезд, более массивных, чем $10M_{\odot}$.
- Число звезд с массой меньше $10M_{\odot}$ относится к числу всех остальных звезд как $9 : 2$.

Найдите число звезд в каждом из указанных диапазонов масс.

Решение:

Пусть число звезд с массами от $0.08M_{\odot}$ до $2M_{\odot}$ будет обозначено как x , в диапазоне от $2M_{\odot}$ до $10M_{\odot}$ — y , а число звезд, тяжелее $10M_{\odot}$ — z . Тогда можно составить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y + z = 110 \\ x - y = z \\ 2(x + y) = 9z \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} x + y + z = 110 \\ x - y - z = 0 \\ 2x + 2y - 9z = 0 \end{cases}$$

Решать систему уравнений можно любым известным участнику способом.

Например, так: сложим первое и второе уравнение, тогда мы сразу получаем значение x :

$$\begin{cases} 2x = 110 \\ x + y + z = 110 \\ 2x + 2y - 9z = 0 \end{cases}$$

откуда

$$\begin{cases} x = 55 \\ 55 + y + z = 110 \\ 2 \cdot 55 + 2y - 9z = 0 \end{cases}$$

и

$$\begin{cases} x = 55 \\ y + z = 55 \\ -2y + 9z = 110 \end{cases}$$

Теперь удобно умножить второе уравнение на 2 и сложить его с третьим:

$$\begin{cases} x = 55 \\ 2y + 2z = 110 \\ -2y + 9z = 110 \end{cases}$$

откуда получаем

$$\begin{cases} x = 55 \\ y + z = 55 \\ 11z = 220 \end{cases}$$

и

$$\begin{cases} x = 55 \\ y = 35 \\ z = 20 \end{cases}$$

Таким образом, мы получили ответ:

- Число звезд с массами от $0.08M_{\odot}$ до $2M_{\odot}$ — 55 штук
- Число звезд с массами от $2M_{\odot}$ до $10M_{\odot}$ — 35 штук
- Число звезд, массивнее $10M_{\odot}$ — 20 штук.
- Число звезд, легче $10M_{\odot}$ — 90 штук.

В.В.Григорьев