

XXX Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
отборочный тур, решения

2023
до 22
января

11 класс

1. Линия Лайман-альфа в спектре квазара наблюдается на длине волны 1410 \AA . Чему равно расстояние до квазара?

Решение:

Лабораторная длина волны линии $L_\alpha - 1216 \text{ \AA}$, поэтому красное смещение равно

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{1410 - 1216}{1216} \approx 0.16.$$

Поскольку оно заметно меньше единицы, расстояние можно оценить как

$$r = \frac{c}{H} z = \frac{3 \cdot 10^5 \text{ км/с}}{70 \text{ км/с/Мпк}} \cdot 0.16 \approx 7 \cdot 10^2 \text{ Мпк}.$$

«Прототипом» квазара для задачи послужил 3C 273 — самый яркий (для земного наблюдателя) и один из ближайших к нам квазаров.

П.А.Тараканов

2. Параметры двух звезд таковы: эффективная температура и радиус первой звезды равны $T_1 = 3000 \text{ К}$, $R_1 = 14R_\odot$, температура и радиус второй — $T_2 = 12000 \text{ К}$, $R_2 = 2.5R_\odot$. Выберите верные утверждения.

- (a) Светимость второй звезды выше светимости первой звезды.
- (b) Светимость первой звезды составляет 24% светимости первой звезды.
- (c) Если эти звезды расположить на одинаковом расстоянии от Земли, то разность звездной величины первого и второго компонента составит около $4^m.8$.
- (d) Если эти звезды расположить на одинаковом расстоянии от Земли, то разность звездной величины первого и второго компонента составит около $2^m.3$.
- (e) Если первую звезду поместить на расстояние 40 пк от Земли, а вторую — на расстояние 330 пк от Земли, освещенности, создаваемые звездами для земного наблюдателя, окажутся равными.
- (f) Произведение показателей цвета $B - V$ звезд является отрицательным.

Решение:

Правильные ответы: a,d,f.

Найдем отношение светимостей звезд. Светимость каждого объекта выразим по закону Стефана–Больцмана: $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$,

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{4\pi R_1^2 \sigma T_1^4}{4\pi R_2^2 \sigma T_2^4} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 = \left(\frac{14}{2.5}\right)^2 \cdot \left(\frac{3000}{12000}\right)^4 \approx 0.12.$$

Следовательно, светимость второй звезды выше светимости первой звезды, утверждение (а) верно. Светимость первой звезды равна примерно 12% светимости второй звезды, утверждение (b) неверно.

При одинаковом расстоянии до звезд отношение освещенностей, создаваемых звездами, будет равно отношению их светимостей. Запишем для этого случая формулу Погсона

$$m_1 - m_2 = -2.5 \lg \frac{L_1}{L_2} = -2.5 \lg 0.12 = 2^m .3.$$

Тем самым утверждение (с) неверно, а утверждение (d) — верно.

Освещенность прямо пропорциональна светимости звезды и обратно пропорциональна квадрату расстояния до нее: $E = \frac{L}{4\pi r^2}$. Условие равенства освещенностей запишем в виде

$$\frac{L_1}{4\pi r_1^2} = \frac{L_2}{4\pi r_2^2} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = \sqrt{0.12} = 0.35.$$

Следовательно, при имеющемся отношении светимостей отношение расстояний должно быть равно 0.35, а в условии утверждения (e) фигурирует отношение расстояний $40/330 \approx 0.12$. Утверждение неверно.

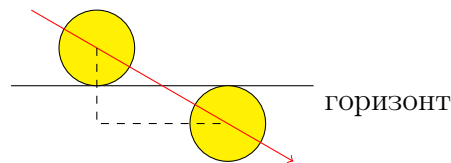
Фотометрическая система Джонсона-Моргана (она же «система UBV ») вводилась таким образом, чтобы у звезд класса A0V звездные величины в полосах U , B и V совпадали (и, следовательно, показатель цвета $B - V$ равнялся нулю). Показатель цвета $B - V$ монотонно зависит от эффективной температуры звезды (чем она больше, тем показатель меньше). Эффективная температура звезды спектрального класса A0 — 10 тысяч кельвинов, так что для первой звезды $B - V$ будет положительным, а для второй — отрицательным. Их произведение при этом отрицательно, утверждение (f) верно.

А.В.Веселова, П.А.Тараканов

3. За какое время диск Солнца полностью пересекает горизонт в Петербурге в день осеннего равноденствия? Ответ дайте в минутах.

Решение:

В день равноденствия суточная параллель Солнца совпадает с небесным экватором, поэтому угол между ней и горизонтом равен $90^\circ - \varphi = 30^\circ$. Построим рисунок:



Поскольку в прямоугольном треугольнике с углом 30° противолежащий катет равен половине гипотенузы, Солнцу необходимо пройти по суточной параллели расстояние, равное удвоенному его диаметру, т.е. около 1° . Так как 360° оно проходит за $24 \times 60 = 1440$ минут, то искомое время равно $1440/360 = 4$ минуты. Заметим, что учет рефракции в данном случае не нужен: за такое небольшое время параметры атмосферы поменяться не успеют, а постоянная пригоризонтная рефракция сместит время касания диском горизонта, но не изменит разность времен двух касаний.

П.А.Тараканов

4. Комета обращается вокруг Солнца в плоскости эклиптики по орбите с периодом 100 лет. Известно, что в афелии комета находится в 9 раз дальше от Солнца, чем в перигелии. Выберите верные утверждения.

- (a) Эксцентриситет орбиты равен $1/9$.
- (b) Наибольшее возможное расстояние между кометой и Землей составляет 30 а.е.
- (c) Комета в любой момент времени находится ближе к Солнцу, чем Нептун.
- (d) Комета никогда не оказывается ближе к Солнцу, чем Земля.
- (e) Для земного наблюдателя комета может наблюдаться в квадратуре.
- (f) Для земного наблюдателя комета может находиться в противостоянии.

Решение:

Правильные ответы: d,e,f.

Эксцентриситет орбиты определим из отношения афелийного и перигелийного расстояний:

$$\frac{r_{\alpha}}{r_{\pi}} = \frac{a(1+e)}{a(1-e)} = \frac{1+e}{1-e} = 9 \Rightarrow e = 0.8.$$

Таким образом, утверждение (a) неверно

Теперь определим большую полуось орбиты кометы по третьему закону Кеплера в системе единиц «год — а.е. — масса Солнца»:

$$\frac{T^2}{a^3} = 1 \Rightarrow a \approx 22 \text{ а.е.}$$

Наибольшее возможное расстояние между кометой и Землей равно сумме радиуса земной орбиты и афелийного расстояния кометы. Достаточно посчитать только афелийное расстояние $r_{\alpha} = a(1+e) = 22 \cdot (1+0.8) \approx 40$ а.е. Утверждение (b) неверно. Это же означает, поскольку радиус орбиты Нептуна равен 30 а.е., что комета может удаляться от Солнца дальше, чем Нептун, утверждение (c) также неверно.

Аналогичным образом вычислим перигелийное расстояние $a(1-e) = 22 \cdot (1-0.8) \approx 4$ а.е. Получаем, что комета всегда находится вне земной орбиты, утверждение (d) верно.

Комета находится вне орбиты Земли, поэтому принципиально может наблюдаться на произвольном угловом расстоянии от Солнца, в частности, на расстояниях 90° и 180° . Тем самым утверждения (e) и (f) верны.

А.В.Веселова

5. Вам предлагается несколько утверждений. Для каждого из них выберите, согласны Вы с ним («да») или нет («нет»), можно также выбрать вариант «не знаю».
- (a) Суммарное приливное ускорение Луны и Солнца максимально, когда Земля, Луна и Солнце находятся в углах прямоугольного треугольника.
 - (b) Продолжительность дня меняется с наименьшей скоростью в конце июня.
 - (c) Ни на одном из спутников планет Солнечной системы не наблюдается вулканической активности.
 - (d) Планетарные туманности являются газопылевыми облаками, из которых образуются планеты.
 - (e) Когда ядро массивной звезды сжимается в нейтронную звезду, оно вращается все быстрее и быстрее.
 - (f) Внутри скопления галактик все галактики одного типа.
 - (g) В сильном гравитационном поле лучи света могут отклоняться от прямой линии.
 - (h) Вблизи плоскости Млечного Пути сложно обнаружить далекие галактики, потому что там мало далеких объектов.

Решение:

- (a) Нет. Наоборот, в этом случае приливные ускорения вычитаются и суммарное ускорение оказывается минимальным.
- (b) Да, в окрестности летнего солнцестояния.
- (c) Нет. Более того, самое «вулканизированное» тело Солнечной системы — Ио, один из галилеевых спутников Юпитера.
- (d) Нет. Название возникло из-за того, что планетарные туманности похожи на диски планет Солнечной системы (в первую очередь Урана) при визуальных наблюдениях с использованием сравнительно небольшого телескопа.
- (e) Да. В результате нейтронные звезды сразу после образования вращаются существенно быстрее, чем их предшественники.
- (f) Нет. В качестве примера достаточно посмотреть даже не на скопление галактик, а на Местную Группу, в которую входят галактики разных типов.
- (g) Да. Благодаря этому существуют гравитационные линзы.
- (h) Нет. Вблизи плоскости Млечного Пути действительно сложно обнаружить далекие галактики, но не потому что их там мало, а из-за поглощения света в диске нашей Галактики.

А.В.Веселова, М.И.Волобуева, М.В.Костина, П.А.Тараканов