



XXIX Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
отборочный тур, решения

2022
до 23
января

11 класс

1. Оцените равновесную температуру межпланетной сферической пылинки, если она находится на расстоянии 3 а.е. от Солнца, а вещество пылинки отражает 30% падающего излучения. Укажите ответ в кельвинах.

Решение:

Запишем уравнение энергетического баланса для пылинки. Освещенность на расстоянии a от Солнца равна $E = \frac{L_{\odot}}{4\pi a^2}$, тогда на поперечное сечение пылинки радиуса r попадает за секунду энергия $\frac{L_{\odot}}{4\pi a^2} \cdot \pi r^2$. При этом отражается доля $A = 0.3$, поглощается доля $(1 - A) = 0.7$. Тогда общее количество поглощенной за секунду энергии равно

$$\mathcal{E} = \frac{L_{\odot}}{4\pi a^2} \cdot \pi r^2 \cdot (1 - A).$$

Такое же количество энергии пылинка должна ежесекундно излучать, при этом будем считать пылинку абсолютно черным телом, тогда излучаемая за секунду энергия равна $L = 4\pi r^2 \sigma T^4$. Приравниваем энергии, тогда

$$\frac{L_{\odot}}{4\pi a^2} \cdot (1 - A) = 4\sigma T^4$$

и

$$T = \frac{1}{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{L_{\odot}(1 - A)}{\pi a^2 \sigma}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt[4]{\frac{4 \cdot 10^{26} \text{ Вт} \cdot (1 - 0.3)}{\pi \cdot (3 \cdot 1.5 \cdot 10^{11} \text{ м})^2 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2/\text{К}^4}} = 148 \text{ К}.$$

А.В.Веселова

2. Двойная звезда состоит из компонентов с массами 1 масса Солнца и 3 массы Солнца. Звезды вращаются по круговым орбитам, расстояние между ними равно 4 а.е. Выберите верные утверждения:

- (a) Орбитальный период системы равен 8 годам.
- (b) Центр масс двойной находится на расстоянии 1 а.е от более массивной звезды.
- (c) Если расстояние от Солнца до звезды равно 5 пк, то на земном небе компоненты расходятся на угол более $2''$.
- (d) Если звезды образовались одновременно, то более массивная звезда раньше выйдет на стадию гиганта.
- (e) Масса исходно более массивной звезды в дальнейшем будет только уменьшаться.
- (f) Масса исходно менее массивной звезды в дальнейшем будет только уменьшаться.

Решение:

Правильные ответы: b,d,e,f.

Применим третий закон Кеплера к системе:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{M_1 + M_2}.$$

В системе единиц «год – а.е. – масса Солнца» соотношение принимает вид

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{1}{M_1 + M_2}, \quad \frac{T^2}{4^3} = \frac{1}{4}.$$

Отсюда находим, что период обращения равен 4 годам, вариант (а) неверен.

Пусть r_1 – расстояние от первой звезды до центра масс, r_2 – расстояние от второй звезды до центра масс. Тогда из определения центра масс следует, что $M_1 r_1 = M_2 r_2$, то есть

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{M_2}{M_1} = 3.$$

С другой стороны, сумма r_1 и r_2 равна расстоянию между компонентами, отсюда $r_1 = 3$ а.е., $r_2 = 1$ а.е. Следовательно, центр масс находится на расстоянии 1 а.е. от более массивной звезды, вариант (b) верен.

Угловое расстояние между компонентами в радианной мере будет равно

$$\alpha = \frac{a}{L} = \frac{4 \text{ а.е.}}{5 \text{ пк}}.$$

По определению парсека, 1 а.е. видна с 1 пк под углом $1''$, тогда 4 а.е. видны с 1 пк под углом $4''$, а с 5 пк под углом $0.8''$. Вариант (с) неверен.

Эволюция более массивных звёзд протекает быстрее, поэтому более массивная звезда эволюционирует быстрее и раньше перейдет на стадию гиганта. Вариант (d) верен.

В процессе эволюции звезды теряют массу на излучение и звездный ветер. Кроме этого, в тесных двойных системах возможен обмен массами, когда одна из звезд, находящаяся на стадии красного гиганта, отдает вещество соседу. Однако тесной система будет только в том случае, если на стадии красного гиганта хотя бы одна из звезд будет иметь размеры, сопоставимые с расстоянием между звездами, а в данном случае это неверно. Поэтому обмен веществом не состоится, обе звезды будут только терять массу, варианты (e) и (f) верны.

А.В.Веселова, П.А.Тараканов

3. Оцените максимальную возможную ширину диапазона длин волн, в котором может регистрироваться излучение в радиолинии нейтрального водорода 21 см при наблюдении крупной спиральной галактики. Ответ дайте в миллиметрах.

Решение:

Нейтральный водород в межзвездной среде имеет сравнительно малую температуру (иначе он стал бы ионизованным), так что ширина линии обусловлена главным образом вращением галактики вокруг оси. В наиболее оптимальном для нас случае мы видим галактику с ребра, тогда разность наблюдаемых длин волн обусловлена доплеровским сдвигом для скорости, равной удвоенной максимальной линейной скорости вращения галактики.

Для оценки последней можно воспользоваться данными о нашей Галактике (она тоже крупная спиральная) и считать, что максимальная линейная скорость составляет около $v \approx 3 \cdot 10^2$ км/с. Тогда ширина линии $\Delta\lambda$ связана с длиной волны λ как

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{2v}{c},$$

где c — скорость света. Вычисляя, получаем $\Delta\lambda \approx 0.4$ мм.

П.А.Тараканов

4. Выберите верные утверждения о Луне:

- (a) Луну можно наблюдать в Овне.
- (b) Полную Луну можно наблюдать в созвездии Змееносца.
- (c) 6 октября некоторого года произошло солнечное затмение, тогда 10 октября того же года Луна была стареющей.
- (d) Склонение Луны может быть равно $+26$ градусов.
- (e) Вследствие ненулевого эксцентриситета лунной орбиты видимый диаметр Луны для земного наблюдателя может меняться более чем на 7%.
- (f) Из-за приливного влияния Земли Луна удаляется от Земли со скоростью 38 см в год.

Решение:

Правильные ответы: a,b,d,e.

Луна может наблюдаться во всех зодиакальных созвездиях, поэтому Луну можно наблюдать в созвездии Овна. Утверждение (a) верно.

Змееносец является зодиакальным созвездием, Солнце проходит через него в своем видимом годичном пути по эклиптике. Если Луна оказывается в Змееносце, а Солнце при этом находится в противоположном ему созвездии (в созвездии Тельца), то Луна будет полной. Утверждение (b) верно.

Солнечное затмение соответствует моменту новолуния, тогда спустя несколько дней Луна будет растущей, а не стареющей. Утверждение (c) неверно.

Орбита Луны наклонена чуть более чем на 5° к плоскости эклиптики, поэтому наибольшее возможное склонение Луны может быть равным $23.4 + 5 = 28.4$ — в том случае, если наиболее высокая точка орбиты располагается над верхней точкой эклиптики. Следовательно, равное $+26^\circ$ склонение для Луны возможно. Утверждение (d) верно.

Эксцентриситет орбиты Луны равен 0.055, то есть расстояние от центра Земли до Луны может меняться на $\pm 0.055 \cdot 100\% = \pm 11\%$. Для объектов с небольшими угловыми размерами угловые размеры обратно пропорциональны расстоянию, поэтому угловые размеры также будут меняться не менее, чем на 10%. Утверждение (e) верно.

Утверждение (f) неверно — за счет приливного влияния Земли Луна удаляется примерно на 4 см в год.

А.В.Веселова

5. Вам предлагается несколько утверждений. Для каждого из них выберите, согласны Вы с ним («да») или нет («нет»), можно также выбрать вариант «не знаю».

- (a) Оптический телескоп подходит для наблюдений не только в оптическом диапазоне, но и в ближнем инфракрасном.
- (b) Некоторые галактики называются эллиптическими, так как все звёзды в них движутся по эллипсам.
- (c) На Луне нет мест, где Земля восходит и заходит.
- (d) Наблюдаемая скорость вращения видимой материи в спиральных галактиках не соответствует законам Кеплера.
- (e) Полное время жизни некоторых звёзд превышает текущий возраст Вселенной.
- (f) Барицентр Солнечной системы может находиться за пределами поверхности Солнца.

- (g) Астероидов с большой полуосью орбиты около 2.5 а.е. на порядок меньше, чем с большими полуосями около 2.4 и 2.6 а.е.
- (h) Планетарная туманность состоит из большого числа планет.

Решение:

- (a) Да. Например, телескоп Хаббла успешно наблюдает в инфракрасном диапазоне до длин волн $2.5 \mu\text{м}$.
- (b) Нет. Название обусловлено просто формой галактик.
- (c) Нет. Из-за либрации Луны, составляющей по величине несколько градусов, на Луне есть места, где Земля полностью пересекает горизонт.
- (d) Да. Галактики — не точечные объекты. Впрочем, даже если приближенно считать распределение вещества в галактиках сферически-симметричным, обнаружится несоответствие зависимости скорости вращения галактики от радиуса видимому распределению вещества — наблюдательное проявление скрытой массы в галактиках.
- (e) Да. Время жизни звезд с массами $\mathcal{M} \lesssim 0.8 \mathcal{M}_{\odot}$ на Главной последовательности превышает возраст Вселенной.
- (f) Да. Достаточно, чтобы Юпитер и Сатурн оказались с одной стороны от Солнца.
- (g) Да. Это наиболее заметная из «щелей (люков) Кирквуда» — резонансная орбита, период обращения на которой в 3 раза меньше периода обращения Юпитера.
- (h) Нет. Планетарные туманности всего лишь похожи на планеты (Солнечной системы) при наблюдении глазом в небольшой телескоп, отсюда и название.

М.И.Волобуева, А.В.Веселова, М.В.Костина, П.А.Тараканов