XV Санкт-Петербургская городская олимпиада по астрономии

районный тур, решения

2007

8 декабря

10 класс

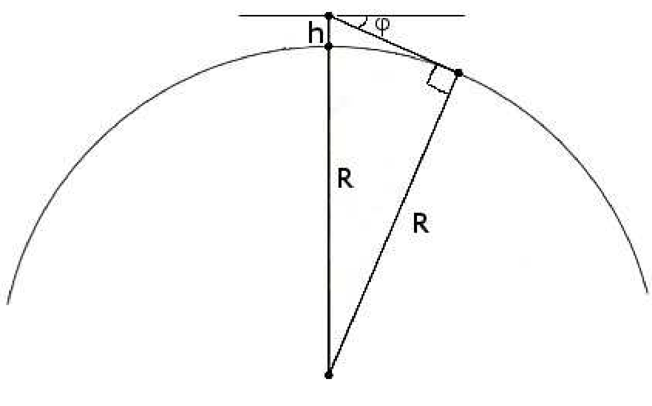
1. Туманность Андромеды, Крабовидная туманность, туманность Кошачий глаз, Туманность Ориона. Вычеркните лишнее. Объясните свой ответ.

Решение:

Лишнее — Туманность Андромеды. Остальные объекты относятся к разным типам (Крабовидная туманность — остаток вспышки сверхновой, Туманность Ориона — диффузная туманность, туманность Кошачий глаз — планетарная туманность), но все они — облака газа и пыли, находящиеся в нашей Галактике. А Туманность Андромеды — это другая галактика.

2. Каково приблизительно понижение горизонта (угловое) при наблюдении с вершины холма высотой 250 м?

Решение:



На приведенном выше рисунке R — радиус Земли, h — высота холма, угол φ — искомое понижение горизонта. Из рисунка видно, что

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \cos\varphi = \frac{R}{R+h}.$$

Так как угол φ мал, заменяем его косинус на $\cos\varphi \approx 1 - \frac{\varphi^2}{2}$. Получаем (с учетом того, что $h \ll R$)

$$1 - \frac{\varphi^2}{2} \approx \frac{R}{R+h} = \frac{R+h-h}{R+h} = 1 - \frac{h}{R+h} \approx 1 - \frac{h}{R}.$$

Отсюда

$$\varphi = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{R}} = \sqrt{\frac{0.5}{6.4 \cdot 10^3}} \approx \sqrt{10^{-4}} = 10^{-2}.$$

Переходя от радиан к градусам, получаем $\varphi \approx 0^\circ.5$.

3. Оцените высоту гелиостационарной орбиты. Период вращения Солнца на экваторе принять равным 30 суткам, радиус Солнца $7 \cdot 10^5$ км.

Решение:

Гелиостационарный спутник — это спутник, все время находящийся над какой-то одной точкой на Солнце. Это возможно, если орбита спутника расположена над экватором Солнца, а период обращения совпадает с периодом вращения Солнца, причем направления движения спутника и вращения Солнца совпадают.

Для решения задачи проще всего воспользоваться III законом Кеплера. Если период обращения планеты P (или любого другого спутника Солнца) выражен в годах, а большая полуось (в нашем случае просто радиус) орбиты R — в астрономических единицах (расстояниях от Земли до Солнца), то верно соотношение

$$\frac{P^2}{R^3} = 1.$$

Для случая гелиостационарного спутника $P = 1/12$ года, поэтому $R = P^{-2/3} = \sqrt[3]{1/144} \approx 1/5$ а.е. Так как радиус Солнца намного меньше 1 а.е. (около 1/200 а.е.), то высота орбиты спутника мало отличается от радиуса орбиты. Следовательно, ответ 1/5 а.е. или 30 млн.км.

Задачу можно было решить и без использования III закона Кеплера. Центростремительное ускорение, с которым спутник движется по круговой орбите, равно

$$g = \frac{GM}{R^2},$$

где G — гравитационная постоянная, M — масса Солнца. Тогда линейная скорость движения по орбите

$$v = \sqrt{gR} = \sqrt{\frac{GM}{R}}.$$

Длина орбиты равна $2\pi R$, поэтому период обращения $P = 2\pi R/v$. Подставляя сюда предыдущую формулу и выражая радиус орбиты, получаем:

$$R = \sqrt[3]{\frac{GM}{4\pi^2} \cdot P^2}.$$

Фактически это и есть вывод III закона Кеплера для частного случая круговой орбиты, и подстановка численных значений величин в полученное выражение даст тот же ответ, что и ранее. Однако при использовании этого варианта решения требуется помнить значения гравитационной постоянной и массы Солнца.

4. Для уточнения параметров орбиты Марса была проведена радиолокация планеты. Между моментом отправки сигнала с антенны дальней космической связи (АДКС) и моментом приема отраженного излучения прошло 28 минут. Оцените угловое расстояние между Солнцем и Марсом, считая, что расстояние (линейное) от Солнца до Марса в полтора раза больше, чем расстояние от Солнца до Земли.

Решение:

Эту задачу проще всего решать, используя в качестве единицы измерения расстояний «световую минуту» — расстояние, которое свет (и радиоволны) проходит за 1 минуту. Известно, что расстояние между Землей и Солнцем составляет 8 св.минут (если то же расстояние известно в обычных единицах — например, в километрах — и известна скорость света, то это число можно легко получить). Расстояние от Солнца до Марса получается равным 12 св.минутам, а расстояние между Землей и Марсом в момент радиолокации — 14 св.минут (за 28 минут радиоимпульс успел дойти до Марса и вернуться обратно).

В треугольнике «Солнце-Земля-Марс» все три стороны нам известны. Искомое угловое расстояние — это угол треугольника (при Земле) θ, который может быть получен из теоремы косинусов:

$$r_{\text{СМ}}^2 = r_{\text{СЗ}}^2 + r_{\text{ЗМ}}^2 - 2 \cdot r_{\text{СЗ}}\, r_{\text{ЗМ}} \cos\theta,$$

где $r_{\text{СМ}}$ — расстояние между Солнцем и Марсом и т.д.

Отсюда, подставляя числа, имеем

$$\cos\theta = \frac{8^2 + 14^2 - 12^2}{2 \cdot 8 \cdot 14} \approx \frac{1}{2}$$

Следовательно, угол $\theta \approx 60^\circ$.

5. Светимость квазара равна 10^{12} светимостей Солнца. Пусть инопланетный наблюдатель видит Солнце с расстояния 10 парсек. На каком расстоянии от наблюдателя должен находиться квазар, чтобы он имел такой же видимый блеск?

Решение:

Освещенность, создаваемая объектом, прямо пропорциональна его светимости и обратно пропорциональна квадрату расстояния до него. Светимость квазара в 10^{12} раз больше, следовательно, он должен находиться в 10^6 раз дальше, чем Солнце. Поэтому ответ: 10^7 пк.