

**XXXII Санкт-Петербургская
Астрономическая олимпиада**
теоретический тур, решения

2025
2
февраля

7–8 классы

1. 17 февраля из акватории Тихого океана можно будет наблюдать покрытие Луной звезды Спика, а 21 февраля в Южной Америке будет наблюдаться покрытие Луной Антареса. В какой день февраля Луна будет наблюдаться в последней четверти?

Решение:

Для вычисления нужной даты определим расположение Солнца, Земли и Луны в две указанные даты. Спика — ярчайшая звезда в созвездии Девы, почти посередине пути Солнца по созвездию, Антарес — ярчайшая звезда в созвездии Скорпиона, рядом с которой Солнце проходит, уже находясь в созвездии Змееносца. 17 февраля Солнце только вступит в созвездие Водолея, а Луна будет в Деве, где Солнце бывает с середины сентября до конца октября, причем примерно посередине, то есть уже в октябре. Значит Луна будет отставать от Солнца примерно на 4 месяца или на 120° . К 21 февраля Солнце немного продвинется по Водолею, примерно на 4 градуса, Луна же будет в Скорпионе. Границу Скорпиона и Змееносца Солнце проходит в самом конце ноября, то есть Луна будет отставать от Солнца примерно на 10 дней меньше, чем на 3 месяца, т.е. примерно на 80° . Последняя четверть соответствует отставанию от Солнца на 90° . Относительно звезд Луна сдвигается по небу на $360^\circ/27.3^d = 13^\circ/\text{сутки}$, то есть необходимая нам дата будет чуть менее, чем за сутки от 21 февраля, то есть 20 февраля.

А.В.Веселова

2. Определите, на каких широтах Земли в истинный солнечный полдень 21 июня тени от предметов направлены на юг, а 22 декабря — на север? Атмосферной рефракцией пренебречь.

Решение:

Обе указанные даты примерно соответствуют солнцестояниям, летнему и зимнему (для северного полушария Земли в указанном порядке, для южного — наоборот).

Рассмотрим в качестве примера северное полушарие, в котором проживают все участники олимпиады. Известно, что для достаточно далеких от экватора широт Земли Солнце в день летнего солнцестояния (21 июня) в полдень поднимается выше всего над горизонтом, причем высота подъема тем больше, чем ближе соответствующая местность находится к экватору. При этом в полдень Солнце находится к югу от зенита. Отсюда следует, что существует широта, на которой Солнце в полдень дня солнцестояния окажется в зените — она называется северным тропиком (или тропиком Рака), это $23^\circ 26'$ северной широты. На более южных широтах Солнце будет находиться севернее зенита и, как следствие, тени от предметов будут направлены на юг. Поэтому, исходя из этой части условия, нам подходят все широты, находящиеся южнее северного тропика и севернее южного полярного круга (иначе увидеть тени во время полярной ночи будет проблематично).

Ситуация в южном полушарии будет аналогичной, но там максимальная высота Солнца над горизонтом будет достигаться 22 декабря — в день летнего солнцестояния для южного

полушария. Из аналогичных соображений делаем вывод, что в полдень 22 декабря тени от предметов будут направлены на юг для всех широт, располагающихся севернее $23^{\circ}26'$ южной широты (южного тропика или тропика Козерога) и южнее северного полярного круга.

Поскольку нам нужно, чтобы оба условия выполнялись одновременно, итоговый ответ: широты должны быть заключены в пределах от $23^{\circ}26'$ южной широты до $23^{\circ}26'$ северной широты.

А.А.Осетрова

3. На расстоянии 51.4 кпк от Солнца в созвездии Золотая Рыба располагается остаток вспышки сверхновой SN1987A. В сентябре 2010 года угловой диаметр остатка при наблюдении с Земли составлял $2''$. Оцените угловой размер остатка сверхновой в данный момент при наблюдении с планеты Kepler-90 i, находящейся в созвездии Дракона на расстоянии 780 пк от Солнца.

Решение:

Вспомним, как расположены друг относительно друга на небе два упомянутых созвездия. Самый надежный способ — вспомнить, что северный полюс эклиптики находится в созвездии Дракона, а южный полюс эклиптики — в Золотой Рыбе, то есть направления на эти два созвездия противоположны друг другу (хотя тот же вывод с меньшей степенью точности можно сделать, просто вспомнив примерное положение этих созвездий на небе). Поэтому можно считать, что расстояние от SN1987A до Kepler-90 i примерно равно сумме расстояний от каждого из двух этих объектов до Солнца.

Расстояние от Солнца до планеты составляет $780 \text{ пк} \approx 2.5$ тысячи световых лет. Из обозначения сверхновой следует, что вспышка сверхновой наблюдалась на Земле в 1987 году. С тех пор прошло 38 лет, и свет от вспышки сверхновой успел за это время пройти в сторону Kepler-90 i 38 световых лет. Но так как свету требуется 2.5 тысячи лет для того, чтобы добраться от Земли до Kepler-90 i, получаем, что свет от вспышки сверхновой добраться до этой планеты еще не успел. Как следствие, угловой размер остатка SN1987A при наблюдении с Kepler-90 i равен нулю — в данный момент вспышка SN1987A там еще не видна.

Отметим, что вывод именно о диаметральной противоположности направлений на созвездия для получения окончательного результата не обязателен. Достаточным для получения результата будет утверждение, что угол между направлениями на эти созвездия заметно превышает 90° .

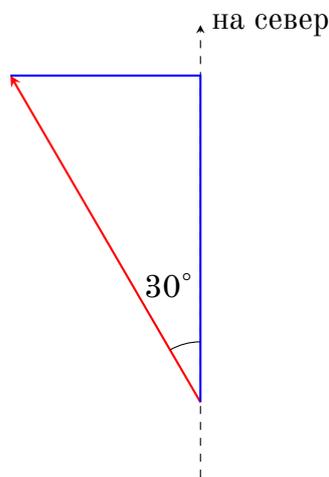
С.А.Русаков

4. В день равноденствия путешественник на восходе Солнца выехал из пункта с координатами (1° южной широты, 15° восточной долготы) и движется со скоростью 60 км/час под углом 30° к направлению на север (в сторону Гринвичского меридиана). Каковы координаты пункта, в котором он встретит заход Солнца? Влиянием атмосферы и перемещением на небе Солнца относительно звезд пренебречь.

Решение:

Скорость путешественника невелика, преодолеваемое за половину суток расстояние мало по сравнению с длиной земного экватора, поэтому можно считать, что путешественник движется в плоскости. Поскольку действие задачи происходит в день равноденствия, можно считать, что во всех пунктах восход и заход Солнца будут происходить в точках востока и запада, а день длится 12 часов. Однако путешественник смещается по долготе на запад, поэтому светлое время суток для него будет продолжаться больше 12 часов, что, возможно, следует учесть.

Дальнейшее решение можно выполнять многими различными способами, в зависимости от знаний участника, но мы изложим наиболее простой вариант, не требующий знания и понимания того, что такое векторы, тригонометрические функции и прочие страшные (пока) вещи. Нарисуем схему перемещения путешественника за 12 часов.



Путешественник двигался по гипотенузе прямоугольного треугольника и за 12 часов преодолел $12 \cdot 60 = 720$ км. Сравнив длину гипотенузы и горизонтального катета, можно обнаружить, что при этом он сместился на $720/2 = 360$ км западнее. Таким образом, путешественник смещается на запад со скоростью 30 км/час. Вспомнив или вычислив длину дуги экватора, соответствующую разности долгот 1° (она равна примерно 111 км), получаем, что путешественник за 12 часов поменяет свою долготу примерно на $(3\frac{1}{4})^\circ$.

В то же время Солнце, совершая полный оборот по небу за 24 часа, проходит $360/24 = 15^\circ$ /час. Через 12 часов после начала движения путешественник окажется в точке, в которой заход Солнца наступит через

$$\frac{3\frac{1}{4}}{15} \text{ часов} \approx 0.2 \text{ часа.}$$

За это время он успеет переместиться еще на 12 км и сдвинуться на запад на 6 км. Формально описанную процедуру мы должны повторить еще раз (поскольку путешественник опять оказался западнее) и еще, и еще...но можно сразу сообразить, что уже следующая подобная поправка приведет к учету настолько маленького сдвига, что его учет станет совершенно бесполезным. Более того, и первая поправка исправит итоговые координаты примерно на десятую долю градуса, а координаты начальной точки путешествия у нас даны с точностью до градуса.

Поэтому уже тут можно остановиться и отметить, что путешественник сместится на запад на 3° (в реальности чуть больше, но при округлении до целого числа градусов мы получим именно это). Смещение на север можно получить, сравнив на нашем чертеже длины либо гипотенузы (в градусах она будет равна $720/111 \approx 6.5$) и вертикального катета, либо двух катетов. В обоих случаях мы обнаружим, что смещение по широте составит, при округлении до целого, 6° . Аналогичный результат можно получить, если просто найти длину вертикального катета в километрах из теоремы Пифагора, а затем перевести полученное значение в градусы.

Таким образом, конечная точка путешествия будет иметь координаты 5° северной широты и 12° восточной долготы.

А.В.Веселова

5. В поле зрения телескопа видна спиральная галактика и шаровое звездное скопление, причем их видимые угловые размеры совпали. Оцените возможное расстояние до галактики.

Решение:

Шаровые звездные скопления (ШЗС) присутствуют в гало спиральных галактик, однако у далеких галактик они выглядят почти точечными объектами из-за своих относительно небольших линейных размеров. Значит, в задаче идет речь о ШЗС, относящемся к нашей Галактике.

Характерные диаметры крупных ШЗС составляют около 60 пк. Диаметр спиральной галактики можно оценить для простоты счета как 30 кпк (равен диаметру Млечного Пути), что при равных угловых размерах дает отношение расстояний до двух объектов: галактика дальше ШЗС в $30\,000/60 = 500$ раз.

Если считать, что ШЗС Млечного Пути распределены случайным образом в шаре диаметром 30 кпк относительно центра нашей Галактики, то формально ШЗС могут быть удалены от нас на расстояние до $15 + 8 = 23$ кпк (если скопление находится за центром Млечного Пути относительно нас), но мы бы тогда его не увидели из-за межзвездного поглощения. Значит, в качестве оценки максимальной оценки дальности ШЗС можно взять 20 кпк, что с учетом дальности спиральной галактики позволяет оценить расстояние до нее как 10 Мпк.

В качестве минимальной оценки можно взять 1 кпк, т.к. это сравнимо с толщиной диска Галактики (в действительности самое близкое ШЗС — М4 в Скорпионе — находится на расстоянии 2.2 кпк от нас). В таком случае минимальное расстояние до галактики будет составлять 500 кпк, что вполне согласуется с реальностью: ближайшая к нам крупная спиральная галактика Андромеды М31 находится на расстоянии около 750 кпк, а менее крупная — Большое Магелланово Облако — на расстоянии 50 кпк.

В.В.Григорьев