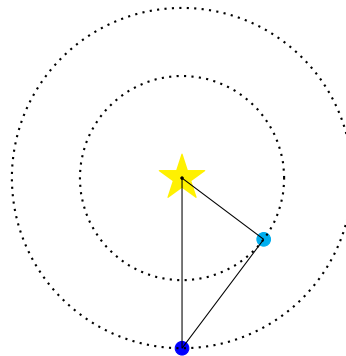


7–8 классы

1. В системе некоторой звезды на расстоянии 1.5 а.е. от нее есть обитаемая планета. Астрономы этой планеты заметили, что другая планета этой системы на их небе отдаляется от центральной звезды не более чем на 30° . На каком расстоянии от центральной звезды находится наблюдаемая планета? Орбиты планет в системе круговые.

Решение:

Заметим, что раз планета отдаляется от центральной звезды не более чем на 30° , то эта планета никогда не находится в противостоянии. То есть орбита этой планеты находится внутри орбиты планеты астрономов. Угол, на который внутренняя планета может удалиться от звезды на небе, будет максимальным при таком расположении планет, когда линия, соединяющая планету наблюдателя с наблюдаемой планетой, будет касательной к орбите наблюдаемой планеты. Это хорошо видно на рисунке.



В таком положении, называемом максимальной элонгацией, планеты и звезда образуют прямоугольный треугольник с прямым углом при наблюдаемой планете и углом в 30° при планете наблюдателя. Гипотенузой будет радиус орбиты планеты наблюдателя, а катетом, противолежащим углу в 30° , радиус орбиты наблюдаемой планеты.

Известно, что катет, противолежащий углу в 30° , равен половине гипотенузы. Таким образом наблюдаемая планета находится на расстоянии в 2 раза меньше, чем планета астрономов, то есть $1.5/2 = 0.75$ а.е. от звезды. Следует заметить, что в Солнечной системе по орбитам, похожим на орбиты упомянутых в условии задачи планет, движутся Марс и Венера.

С.А.Русаков, М.В.Костина

2. Сейчас Нептун находится в созвездии Рыб. Оцените дату, когда произойдет его ближайшее противостояние. Поясните свой ответ.

Решение:

Нептун находится в том созвездии, в котором точка весеннего равноденствия. Радиус орбиты Земли примерно в 30 раз меньше, чем радиус орбиты Нептуна, поэтому можно

считать, что Нептун при наблюдении с Земли всегда находится в том же созвездии, что и при наблюдении с Солнца. Противостояния Нептуна повторяются с периодом чуть больше 1 года и из-за большого периода обращения вокруг Солнца Нептун в течение года мало сдвинется относительно нынешнего положения. Следовательно, противостояние наступит тогда, когда Солнце на небе Земли придёт в точку, практически точно противоположную нынешнему положению Нептуна. Так как в условии дано только созвездие, то для простоты можно считать, что Нептун находится точно в точке весеннего равноденствия. Тогда противостояние случится в день осеннего равноденствия.

Точный ответ: 21 сентября 2024 года. Также можно дать ответ в виде диапазона дат, которые отстоят на полгода от дат нахождения Солнца в созвездии Рыб.

М.В.Костина

3. Масса некоторой нейтронной звезды составляет 1.4 массы Солнца, а ее период вращения вокруг оси равен 1 секунде. При этом известно, что скорость точки на экваторе этой звезды равна 0.0002 скорости света. Считая вещество нейтронной звезды однородным, найдите массу кружки объемом 300 миллилитров, заполненной данным веществом.

Решение:

Найдём скорость точки на экваторе нейтронной звезды. Она равна:

$$v = c \cdot 0.0002 = 300000 \cdot 0.0002 = 60 \text{ км/с.}$$

При этом, двигаясь с такой скоростью, точка совершает один оборот за 1 секунду. Значит, длина экватора равна $L = v \cdot t = 60$ км. Тогда радиус нейтронной звезды: $R = \frac{L}{2\pi} \approx 10$ км.

Теперь найдём массу 300 мл вещества нейтронной звезды через пропорцию:

$$m = M \cdot \frac{V_0}{V_1} = 1.4 \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot \frac{300 \cdot 10^{-6}}{4/3 \cdot \pi \cdot 10000^3} = 2 \cdot 10^{14} \text{ кг.}$$

Комментарии к оцениванию:

Вычисление скорости на экваторе — 1 балл. Вычисление длины экватора — 1 балл. Вычисление радиуса — 2 балла. Вычисление массы вещества — 3 балла. Итоговый ответ — ± 1 балл в зависимости от степени его разумности.

И.Д.Маркозов

4. Начинаящий петербургский астроном Вася ведёт дневник астрономических наблюдений. В конце декабря в дневнике появилась такая запись: «Близ полуночи наблюдал много ярких метеоров, должно быть, из потока Персеид. У самого горизонта был виден беловатый Альдебаран, а Сириус блистал высоко в небе, почти над головой. Небо чистое, Полярная звезда была отчетливо видна (хоть и уступала Сириусу по яркости) и находилась, как ей и положено, вдвое ближе к зениту, чем к горизонту». Какие утверждения Васи содержат ошибки и почему?

Решение:

Метеорный поток Персеиды активен с середины июля до конца августа, в декабре он не мог наблюдаться. Возможно, Вася перепутал его с Квадрантидами. Звезда Альдебаран имеет оранжевый цвет, а при наблюдении у горизонта объекты вследствие поглощения и рассеяния света в земной атмосфере выглядят ещё более красными. Также вспомним, что Альдебаран — звезда из созвездия Тельца, Солнце в этом созвездии находится с середины мая по середину июня, то есть чуть больше чем за полгода до наблюдения. Следовательно, в полночь Телец должен находиться близ наиболее высокого положения, на юге, но не у горизонта. Сириус — звезда южного неба, находится под небесным

экватором. Для наблюдателя в умеренных широтах Сириус не поднимается высоко над горизонтом и, тем более, не оказывается вблизи зенита.

Утверждение про Полярную звезду является верным: высота Полярной звезды над горизонтом примерно равна широте места наблюдения, то есть около 60° для Санкт-Петербурга. Тогда расстояние от Полярной звезды до зенита составит $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, то есть расстояние от горизонта действительно вдвое больше расстояния до зенита.

Комментарии к оцениванию:

Период активности Персеид, невозможность наблюдения: 3 балла. Указание на цвет Альдебарана: 1 балл. Указание на высокое расположение Альдебарана с обоснованием: 2 балла. Указание на невозможность наблюдения Сириуса в зените с обоснованием: 2 балла.

А.В.Веселова

5. Три планеты Солнечной системы расположились относительно Земли так, что расстояния от Земли до каждой из этих трех планет соотносятся как 1:2:3. Какими могут быть эти три планеты?

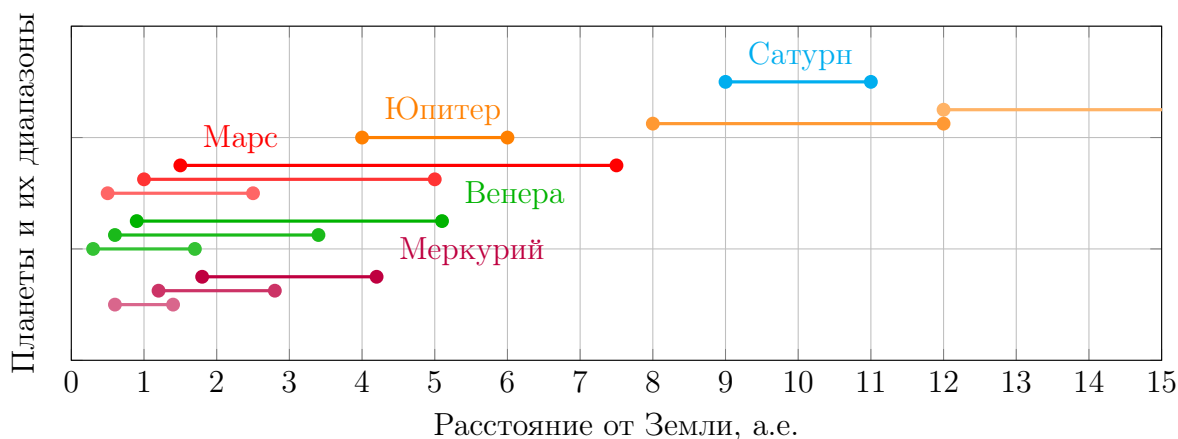
Решение:

Для решения задачи необходимо понять, насколько далеко могут находиться планеты от Земли. Поскольку минимальные и максимальные расстояния достигаются в соединениях и противостояниях, найдем диапазоны расстояний, а потом посмотрим, насколько далеко эти расстояния позволяют поместить другие планеты с учетом соотношений, данных в условии.

Для начала вспомним радиусы орбит планет Солнечной системы. Сразу заметим, что учет эллиптичности орбит или угла наклона плоскостей орбит большой роли играть не будет. Радиус орбиты Земли равен 1 а.е. Удобно составить таблицу:

	Меркурий	Венера	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун
Радиус орбиты, а.е.	0.4	0.7	1.5	5	10	20	30
Диапазон, а.е.	0.6 – 1.4	0.3 – 1.7	0.5 – 2.5	4 – 6	9 – 11	19 – 21	29 – 31
Диапазон $\times 2$, а.е.	1.2 – 2.8	0.6 – 3.4	1.0 – 5.0	8 – 12	18 – 22	38 – 42	58 – 62
Диапазон $\times 3$, а.е.	1.8 – 4.2	0.9 – 5.1	1.5 – 7.5	12 – 18	27 – 33	57 – 63	87 – 93

Теперь необходимо найти пересекающиеся диапазоны, причем каждый диапазон (обычный, удвоенный и утроенный) должен быть выбран один раз. Например, из таблицы сразу бросается в глаза вариант Сатурн–Уран–Нептун. Действительно, может быть такое положение этих трех планет, что от Земли до Сатурна будет, например 10 а.е., тогда до Урана — 20 а.е., а до Нептуна — 30 а.е., что идеально отвечает требованию в соотношении расстояний 1:2:3. С более близкими планетами будет много вариантов, поэтому их нужно аккуратно перебрать. Это можно сделать и глядя на полученные значения в таблице, а можно, например, визуализировать диапазоны:



Глядя на такой график (или исходную таблицу) находим следующие тройки планет:

- Меркурий–Венера–Марс
- Меркурий–Марс–Венера
- Венера–Меркурий–Марс
- Венера–Марс–Меркурий
- Марс–Меркурий–Венера

Заметим, что тройка Марс–Венера–Меркурий не подходит, так как диапазон $\times 3$ Марса не пересекается с диапазоном Меркурия. Также Юпитер не включается ни в одну из троек, поскольку слишком далеко для планет земной группы, но недостаточно далеко для остальных газовых гигантов.

Следует заметить, что в таблице выше приведены большие полуоси орбит планет в том виде, в котором их потенциально могут помнить участники олимпиады. Более точные значения радиусов орбит Юпитера, Сатурна и Урана составляют 5.2, 9.5 и 19.2 а.е. соответственно, что добавляет в список возможных ответов еще одну тройку планет: Юпитер–Сатурн–Уран.

В.В.Григорьев