



XXV Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
теоретический тур, решения

2018
4
февраля

5–6 классы

1. Студент-астроном заметил, что несколько дней подряд ложится спать в момент восхода Бетельгейзе (α Ориона) над горизонтом. Раньше или позже он ложится в каждый последующий день? В какое время года ему удастся наблюдать восход данной звезды?

Решение:

Поскольку Земля вращается вокруг своей оси в том же направлении, в котором обращается вокруг Солнца, период между двумя последовательными прохождением Солнцем меридиана (полуднями или полуночами) оказывается чуть больше, чем период вращения Земли вокруг своей оси (разница составляет примерно $1/365$ часть суток, это около 4 минут). И, поскольку восход Бетельгейзе связан только с вращением Земли вокруг оси, он каждый день по солнечному времени происходит примерно на 4 минуты *раньше* (а студент, соответственно, раньше ложится спать).

Далее следует вспомнить небо. Орион — «зимнее» созвездие, и это значит, что оно оказывается выше всего над горизонтом (кульминирует) в середине ночи зимой. Если предположить, что студент ведет более-менее здоровый образ жизни и ложится спать часов в районе 11 часов вечера (т.е. за два-три часа до истинной полуночи), то это значит, что описанная ситуация происходит поздней осенью или в начале зимы.

А.В.Веселова

2. Определите, какие дни недели были 4 февраля 1918 года в Югославии, Болгарии и России, в которых сегодня проходит олимпиада. Примечание: Болгария перешла на григорианский календарь в 1916 году, Югославия — в 1919 году.

Решение:

Начнем с наиболее простого случая — григорианский календарь в Болгарии. В этом случае от дня проведения тура прошло ровно 100 лет, причем в соответствующем промежутке не было ни одного года, который являлся бы високосным в юлианском календаре и не являлся бы — в григорианском. Поэтому каждый четвертый год длиннее на одни сутки, а средняя продолжительность года равна точно 365.25 суток. Следовательно, за это время прошло 36525 дней, и мы сможем определить день недели 4 февраля 1918 года, если поделим это число на 7 с остатком. Конечно, можно честно выполнить деление в столбик, но, поскольку нас интересует только остаток, можно упростить себе жизнь, просто откидывая слагаемые, заведомо делящиеся на 7 нацело. $36525 - 35000 = 1525$, $1525 - 1400 = 125$, $125 - 70 = 55$, $55 - 49 = 6$, значит, разница в днях недели равна 6, причем отсчитывать эти дни надо назад от воскресенья, в которое проходил тур. Отсюда делаем вывод: 4 февраля 1918 года в Болгарии — понедельник.

В Югославии (точнее, странах Югославии — так она стала называться только в конце 1918 года) в тот момент действовал юлианский календарь. Разность дат между юлианским и григорианским календарями и в XX, и в XXI веке составляет 13 дней. Таким образом, 4 февраля 1918 года по юлианскому календарю это 17 февраля 1918 года по григорианскому. Так как 4 февраля 1918 года по григорианскому календарю — понедельник,

то 17 февраля 1918 года (также по григорианскому календарю) было воскресеньем и, следовательно, в странах Югославии 4 февраля 1918 года — воскресенье.

Казалось бы, поскольку календарей только два, то ответ для России должен совпадать с каким-то из двух предыдущих. Однако три вопроса задачи наводят на мысль, что ответов все-таки тоже три. Это действительно так: кроме вариантов, когда действовал какой-то один из календарей, остается еще вариант перехода с одного календаря на другой. В самом деле, поскольку даты по григорианскому календарю обгоняют даты по юлианскому, в каждой стране, переходившей с первого календаря на второй, какие-то даты должны были просто отсутствовать. В России сразу после 31 января 1918 года наступил день 14 февраля 1918 года и, соответственно, дня 4 февраля 1918 года просто не было.

Примечание. Некоторые участники, полностью решившие задачу, после тура интересовались, насколько корректно было со стороны организаторов олимпиады давать задачу про особенности календаря в России, о которых участники-иностранцы знать скорее всего не могут. Спешим всех успокоить: задача была включена в комплект только после того как мы убедились, что в этой возрастной параллели участников из других стран не будет. С другой стороны, в этом нам немного повезло: упустить случай отметить вековой юбилей смены календаря было бы обидно, второй такой же представился бы еще только через 100 лет, на СХХV Санкт-Петербургской астрономической олимпиаде.

П.А.Тараканов

3. У полярника, зимующего неподалеку от Северного полюса, остановились часы. На какой минимальной широте полярник сможет бегать вокруг полюса так, чтобы его часы постоянно показывали точное местное время?

Решение:

Чтобы часы полярника всегда показывали точное местное время, он должен пробежать всю параллель за то же время, что и Солнце, т.е. за 24 часа. Так как требуется минимальная широта, то эта параллель будет самой длинной, которую в принципе может пробежать полярник. Таким образом, надо оценить максимальную скорость, с которой полярник может бегать. Пусть она равна 10 км/час, тогда за 24 часа полярник сможет пробежать 240 км. Это и будет длина параллели L с минимальной широтой. Так как параллель маленькая, то можно считать, что она представляет из себя обычный круг на плоскости. Найдем радиус этого круга R , т.е. расстояние от полюса до параллели:

$$R = \frac{L}{2\pi} = \frac{240}{2\pi} \approx 40 \text{ км.}$$

Известно, что 1° меридиана на земной поверхности соответствует 111 км, следовательно, расстояние в градусах от полюса до параллели, по которой бежит полярник, будет равно $40/111 \approx 0.4^\circ$. Таким образом искомая широта будет равна $90^\circ - 0.4 = 89.6$ или примерно $89^\circ 40'$.

Примечание. Конкретный ответ в этой задаче, естественно, зависит от предполагаемой скорости бега полярника, так что оценивается не столько ответ, сколько ход решения и рассуждения. Участники могут брать любую разумную скорость полярника (примерно от 5 км/час до 20 км/час), оценка при этом не снижается.

Коллектив

4. В изданном 95 лет назад задачнике по астрономии упоминается «Звезда Великой Октябрьской Революции», выбор которой был обусловлен тем, что она видна в лучах заходящего Солнца в день Революции. Что это за звезда? Какого она цвета?

Решение:

Для начала придется вспомнить историю (или здравый смысл) и учесть, что Октябрьская революция произошла 7 ноября (если вспоминалась история) или где-то в октябре (если использовался здравый смысл). Дальнейшее чтение условий задачи позволяет сформулировать несколько важных утверждений.

- 1) Эта звезда очень яркая, скорее всего это одна из ярчайших звезд неба (иначе ее просто не будет видно в лучах заходящего Солнца).
- 2) Эта звезда находится на небе сравнительно недалеко от Солнца 7 ноября (раз она видна на закатном небе), но все же не очень близко (иначе даже очень яркую звезду увидеть не удастся).
- 3) Поскольку в течение года Солнце движется по небу в сторону, противоположную суточному движению (см. решение задачи №1), после 7 ноября Солнце на небе к этой звезде будет приближаться.
- 4) Если цвет звезды имеет хоть какое-нибудь отношение к революции, то, по-видимому, звезда должна быть красной.

Из второго утверждения следует, что искать надо звезду в созвездиях на эклиптике, причем в тех, в которых Солнце бывает примерно в ноябре. Даже если выбирать созвездия с большим запасом — Весы, Скорпион, Змееносец и Стрелец — сразу же можно заметить, что в них есть ровно одна действительно яркая звезда — Антарес. Остается только убедиться, что он же удовлетворяет и всем другим условиям.

П.А.Тараканов

5. В одном из фильмов о «людях в черном» у кота по кличке Орион в подвеске к ошейнику была заключена галактика. Если предположить, что радиус подвески равен 1 см, а галактика (является уменьшенной копией нашей) имеет радиус $R = 50$ тысяч световых лет, то во сколько раз больше или меньше протона были бы звезды типа Солнца в таком масштабе? Радиус протона 10^{-13} см.

Решение:

Сначала определим, во сколько раз радиус галактики превосходит радиус подвески. Переведем значение R в сантиметры. Данное расстояние свет со скоростью $\approx 3 \cdot 10^{10}$ см/с проходит за 50 тысяч лет; в одном году примерно $365 \cdot 24 \cdot 3600 \approx 3.2 \cdot 10^7$ секунд.

$$50 \cdot 10^3 \cdot 3.2 \cdot 10^7 \cdot 3 \cdot 10^{10} = 4.8 \cdot 10^{22} \text{ см.}$$

Таким образом, радиус галактики превосходит радиус подвески в $N = 4.8 \cdot 10^{22}$ раз. Тогда в масштабе подвески Солнце имело бы радиус в N раз меньше настоящего:

$$r = \frac{7 \cdot 10^{10} \text{ см}}{4.8 \cdot 10^{22}} = 1.5 \cdot 10^{-12} \text{ см.}$$

Таким образом, отношение размеров Солнца в данном масштабе и протона составляет

$$\frac{1.5 \cdot 10^{-12}}{10^{-13}} \approx 15.$$

А.В.Веселова