Муниципальный этап
Всероссийской олимпиады школьников
по астрономии
Ленинградская область

2022

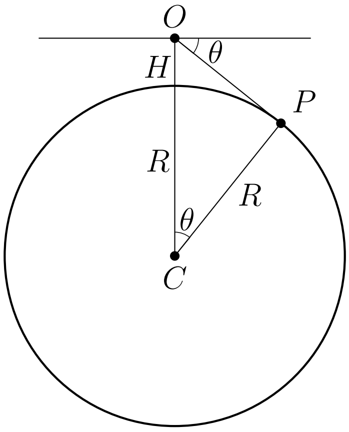
17 ноября

11 класс

Максимальный балл за всю работу равен 40

1. Начинающие астрономы Вася и Петя хотят увидеть конкретную звезду. Находясь на широте $53°00'$, Вася забрался на гору высотой 2 км и только тогда смог увидеть звезду на юге, да и то лишь на горизонте. На какую высоту нужно подняться Пете на широте $52°00'$, чтобы увидеть ту же звезду хотя бы на южном горизонте? Каким было склонение этой звезды? Наличием атмосферы пренебрегите.

Решение (8 баллов):



При увеличении высоты над поверхностью Земли физический горизонт для наблюдателя понижается, и за счет этого эффекта появляется возможность увидеть немного больше звезд, чем с уровня моря. Определим угол понижения горизонта в зависимости от высоты подъема. Из треугольника «наблюдатель — центр Земли — самая далекая видимая точка Земли» ($\triangle OCP$) угол θ определим как

$$\cos\theta = \frac{CP}{OC} = \frac{R_\oplus}{R_\oplus + H}\,.$$

Для Васи понижение горизонта составит $\arccos(6400/6402) = 1.4°$. При этом он видит звезду на юге только на горизонте — значит даже в верхней кульминации звезда едва показывается над физическим горизонтом. Запишем соотношение для высоты верхней кульминации в зависимости от склонения звезды и широты места наблюдения:

$$h = 90° - \varphi + \delta.$$

В условиях задачи для Васи

$$-1.4° = 90° - 53° + \delta.$$

Мы можем определить склонение звезды: $\delta = -38°.4 = -38°24'$.

Для того, чтобы звезда в верхней кульминации была видна на физическом горизонте и для Пети, понижение горизонта θ должно удовлетворять уравнению

$$\theta = 90° - 52° + \delta = 90° - 52° - 38°.4 = -0°.4.$$

Определим высоту подъема:

$$(R_\oplus + H)\cos\theta = R_\oplus \quad \Rightarrow \quad H = R_\oplus\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right) = 0.16\,\text{км}.$$

2. Космонавт высадился на крупный астероид диаметром 400 км и средней плотностью 2 г/см^3. Забыв о наличии гравитации, космонавт выпустил из рук фотокамеру. Сколько времени фотокамера будет падать на поверхность астероида, если в момент начала движения она находилась на высоте 1.7 м?

Решение (8 баллов):

Определим ускорение свободного падения на поверхности астероида:

$$g = \frac{GM}{R^2} = \frac{G\cdot\frac{4}{3}\pi R^3\rho}{R^2} = \frac{4}{3}\pi G\rho R = \frac{4}{3}\pi\cdot 6.67\cdot 10^{-11}\,\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2}\cdot 2\cdot 10^3\,\text{кг/м}^3\cdot 2\cdot 10^5\,\text{м} = 0.11\,\text{Н/кг}.$$

Поскольку высота камеры в момент падения много меньше радиуса астероида, мы можем считать ускорение свободного падения постоянным в течение всего падения. Следовательно, мы можем применить стандартную формулу для равноускоренного движения в предположении свободного падения:

$$h = \frac{gt^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1.7}{0.11}} \approx 5.6\,\text{с}.$$

Фотокамера будет падать более 5 секунд — можно успеть поймать ее.

3. Известно, что Сириус имеет абсолютную звездную величину $M = 1^m.5$, а его видимая звездная величина равна $m = -M$. Определите расстояние до Сириуса.

Решение (8 баллов):

Видимая и абсолютная звездные величины некоторого объекта, а также расстояние до него r, выраженное в парсеках, связаны соотношением

$$M = m - 5\,\lg r + 5.$$

По условию $m = -M$, поэтому $2\,M - 5 = -5\,\lg r$ и

$$\lg r = 1\ - \frac{2}{5}M = 0.4.$$

Отсюда получаем, что $r = 10^{0.4} \approx 2.5$ пк.

4. Начинающий астроном Боря из Соснового Бора любит фотографироваться. Ясным вечером на берегу моря он попросил сфотографировать его так, чтобы на фото выглядеть ростом с Солнце, только коснувшееся горизонта. На каком расстоянии от Бори должен находиться фотограф, если рост Бори составляет 1 м 50 см?

Решение (8 баллов):

Задача содержит в себе подвох: заходящее Солнце имеет сплюснутую форму за счет явления дифференциальной рефракции — нижний край Солнца поднимается из-за преломления света атмосферой сильнее, нежели верхний край. Но для начала не будем учитывать сплюснутость и получим примерную оценку.

Будем считать угловые размеры Солнца равными $31'$. Видимый рост Бори должен быть точно таким же. Свяжем угловую меру объекта с его размерами h и расстоянием r до него:

$$\alpha\,[\text{рад.}] = \frac{h}{r}\,.$$

Здесь $h = 1.50$ м, $\alpha = 31/60/57.3 = 9 \cdot 10^{-3}$ рад. Тогда расстояние получается равным примерно 170 м.

Что делать, если пытаться учесть различие в преломлении света от нижнего и верхнего краев Солнца? Мы можем лишь попытаться оценить важность эффекта. Солнце на горизонте даже визуально кажется сплюснутым (что означает, что разница вертикального и горизонтального размеров составляет не менее $2' \div 3'$), но все же остается близким по форме к кругу, поэтому сжатие можно оценить как $10\% \div 20\%$. При этом примерно на столько же в большую сторону изменится итоговая оценка расстояния. $170 \cdot 1.2 \approx 200$ м.

5. Процион — двойная звезда, компоненты которой имеют массы, равные 1.5 и 0.6 масс Солнца. Известно, что эксцентриситет орбит компонент равен 0.4, а минимальное расстояние, на которое сближаются компоненты, составляет 9 а.е. Найдите орбитальный период Процiона в земных годах.

Решение (8 баллов):

Запишем обобщенный III закон Кеплера:

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G\,(M_1 + M_2)},$$

где P — орбитальный период, a — большая полуось системы, M_1 и M_2 — массы компонент, G — гравитационная постоянная. Сразу же отметим, что задачу существенно проще решать в системе единиц «масса Солнца – астрономическая единица – год», для которой $G = 4\pi^2$. Поэтому в таких единицах

$$P = \sqrt{\frac{a^3}{M_1 + M_2}}.$$

Минимальное расстояние, на котором могут находиться компоненты системы (перицентрическое расстояние) выражается как $r_\pi = a\,(1 - e)$, где e — эксцентриситет, поэтому получаем окончательное формульное выражение для ответа:

$$P = \sqrt{\frac{r_\pi^3}{(M_1 + M_2)\,(1 - e)^3}}.$$

Подставляя числовые данные, получаем

$$P = \sqrt{\frac{9^3}{(1.5 + 0.6) \cdot 0.6^3}} \approx 40 \text{ лет.}$$